

10-MA'RUZA. RABIN-KARP ALGORITMI. GRAFLAR BILAN ISHLOVCHI SODDA ALGORITMLAR

Rabin-Karp algoritmi oddiy g'oyaga asoslanadi. Faraz qilaylik, M uzunlikka ega bo'lgan satr ichidan N uzunlikka ega bo'lgan so'zni izlab topish talab etilsin. Satrni tashkil qiluvchi simvollar sonlar bilan almashtirildi(kodlanadi) va kodlangan satr namuna satr uzunligiga teng bo'lgan bo'laklarga bo'lingan holda namuna satr bilan solishtiriladi.

Bunda namuna satr va tekshiriluvchi satr kodlari ustida qandaydir amallar bajarilib(xesh funksiya qiymatini hisoblash), aynan shu qiymatlar solishtiriladi. Har bir solishtirishda tekshiriluvchi satr bo'lagi butunlay almashtirilmasdan, boshidan bitta xarfga qisqartirilib, oxiridan bitta xarfga uzaytiriladi. Agar qiymatlar mos tushsa, satr bo'lagi namuna satr bilan xarflab solishtiriladi.

Ingliz tilidan tarjima qilingan-Informatika sohasida Rabin-Karp algoritmi yoki Karp-Rabin algoritmi Richard M. Karp va Maykl O. Rabin tomonidan yaratilgan qatorni qidirish algoritmi bo'lib, matndagi naqsh qatorining aniq mosligini topish uchun xeshlashdan foydalanadi.

Rabin-Karp algoritmi xesh funksiyasidan foydalangan holda matndagi naqshlarni qidirish/moslashtirish uchun ishlatiladigan algoritmdir. Naive satrlarni moslashtirish algoritmidan farqli o'laroq, u dastlabki bosqichda har bir belgi bo'ylab sayohat qilmaydi, balki mos kelmaydigan belgilarni filtrlaydi va keyin taqqoslashni amalga oshiradi.

Rabin-Karp algoritmi qanday ishlaydi? Belgilar ketma-ketligi olinadi va kerakli qatorning mavjudligi uchun tekshiriladi. Agar imkoniyat topilsa, belgilarni moslashtirish amalga oshiriladi. Rabin-Karp algoritmining cheklovlari Soxta zarba Agar naqshning xesh qiymati matn oynasining xesh qiymatiga mos kelsa, lekin oyna haqiqiy naqsh bo'lmasa, u soxta zarba deb ataladi. Soxta urish algoritmining vaqt murakkabligini oshiradi. Soxta zarbani minimallashtirish uchun biz moduldan foydalanamiz. Bu soxta zarbani sezilarli darajada kamaytiradi.

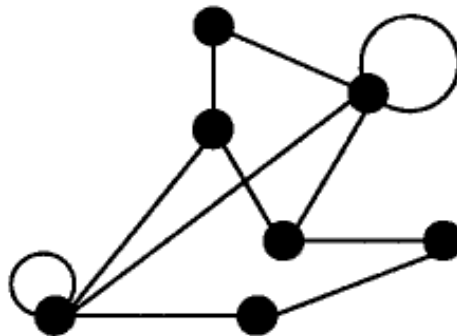
Rabin - Karp algoritmini urganish jarayonida qiziq bir narsa meni o'ylantirib qoldi. Sizga inglizcha harflardan iborat s satr beriladi. s satrni Pastki

qator(substring) $s[l...r](1 \leq l \leq r \leq |s|)$ larida yomon deb berilgan harflar soni ko'pi bilan k ta bo'lganlari sonini toping. Agar 2 ta $s[x...y] \neq s[p...q]$ bo'lmasa ular har xil hisoblanadi, yani mano jihatidan bir xil bo'lmasligi kerak.

Graflar bilan ishlovchi sodda algoritmlar. Graflar nazariyasi – bu diskret matematikaning sohasi bo'lib, ayniqsa geometrik yondashuv asosida obyektlarni o'rganishni bildiradi. Odatda, graflarni topologiyaga kiritish mumkin, lekin ular juda ko'p fanlarda ham uchraydi. graflar nazariyasining Birinchi masalalari turli xil mantiqqa oid masalalar bo'lgan.

$G = (V, E)$ graf (tarmoq) – G grafning qirralari deb ataluvchi bo'sh bo'lmagan ($m \geq 1$) m uchlar to'plami va tartiblanmagan $[u, v](n \geq 0)$ juft elementlar to'plamidan tuzilgan.

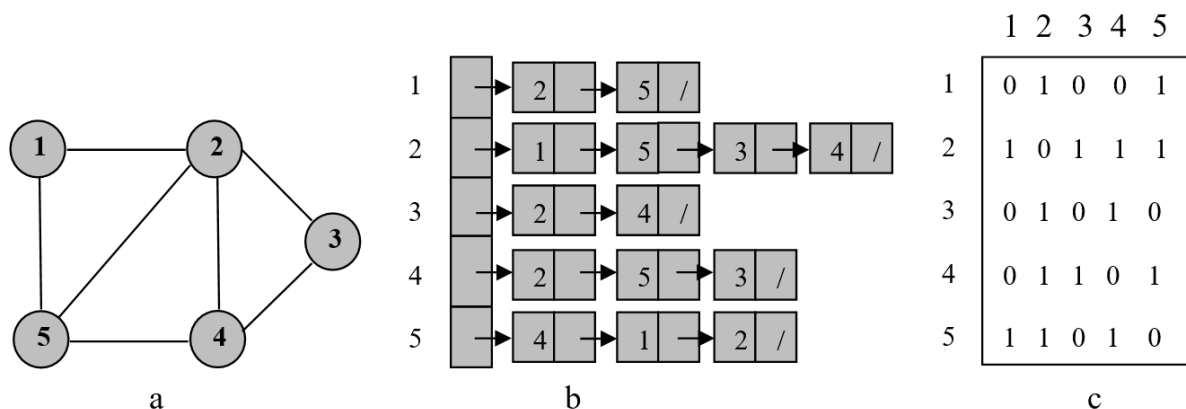
Uchlarni o'zi bilan bog'lab turuvchi qirraga halqa deyiladi. Agar G da (u, v) qirra mavjud bo'lsa, u holda Ikkita u va v uchlar qo'shni bo'ladi:



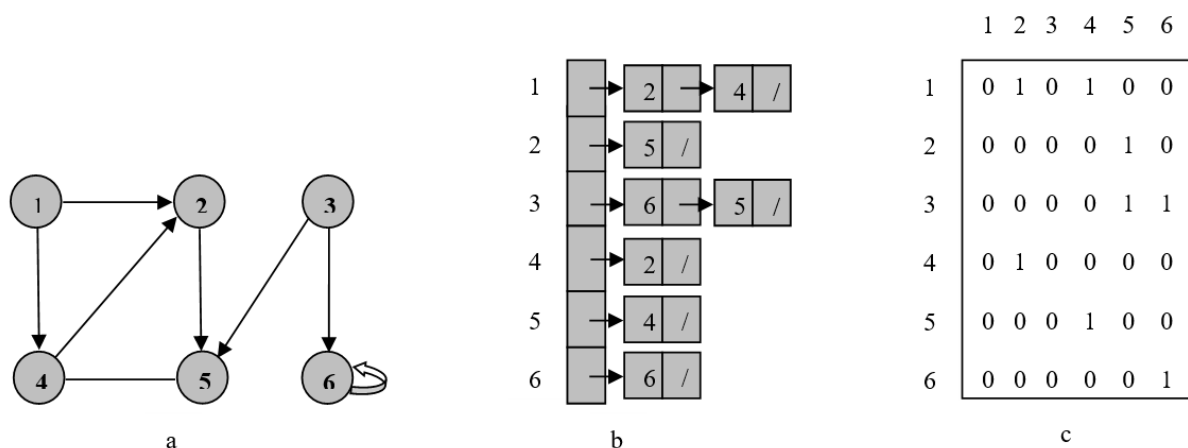
10.1-rasm. Grafli tuzilish (tarmoq).

Grafning tasvirlanishi. $G = (V, E)$ graflarni ikki xil usulda tasvirlash mumkin: uchlar ro'yhatlari jamlanmasi va qo'shni matrisalar. Ikki usul ham orentirlangan va orentirlanmagan graflarda qo'llaniladi. Ko'p hollarda uchlar ro'yhatlari jamlanmasi foydalaniladi, chunki bu usul ruxsat etilgan graflarni $|E| V^2$ dan kichik bo'lgan hollarda ixchamroq tasvirlaydi. Oriyentirlangan graf- bu qirralarida harakat yo'nalishlari bo'yicha garf o'qlari joylashgan, boshqacha qilib aytganda graf o'qlariga strelkalar qo'yilgan bo'ladi. Biz odatdagi graflarda fundamental tushunchalar- uch darajalari, sikl va yo'nalishlar kabi komponentlarni

bo'qliq deb qaraymiz. Qo'shni matritsalar orqali tasvirlash ikkita uchlarini bog'lovchi qirralarni topish hamda qalin graflar uchun samaraliroqdir.



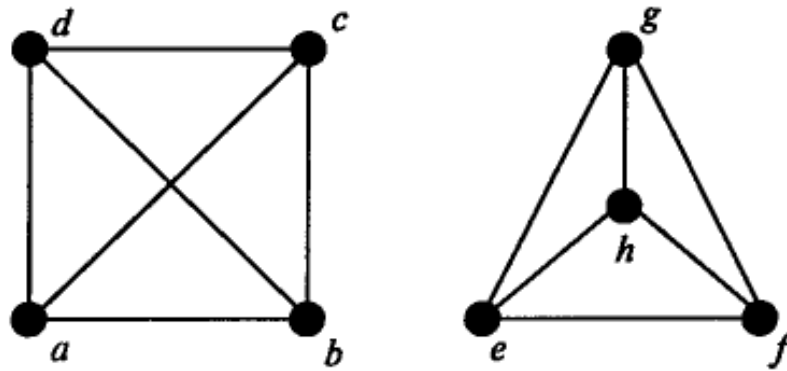
10.2-rasm. Ikkita oriyehtirlanmagan graf tasviri a) G beshta uch va sakkiz qirrali oriyehtirlangan graf. b) G qo'shni ro'yhatlar yordamida tasvirlangan c) G qo'shni matrisalar yordamida tasvirlangan.



10.3-rasm. Ikkita oriyehtirlangan graf tasviri a) G olti uch va sakkiz qirrali oriyehtirlangan graf. b) G qo'shni ro'yhatlar yordamida tasvirlangan c) G qo'shni matrisalar yordamida tasvirlangan.

Graflar izomorfizmi. Izomorfizm tushunchasi – graflar uchun alohida o'ringa ega., graf uchlari uchlar tugunlarini bog'lab turuvchi elastik iplar bilan bog'langan deb faraz qilamiz.

Quyidagi 2 ta graflar izomorf ekanligini ko'rsatamiz (10.4-rasm).



10.4-rasm. Izomorf graflar

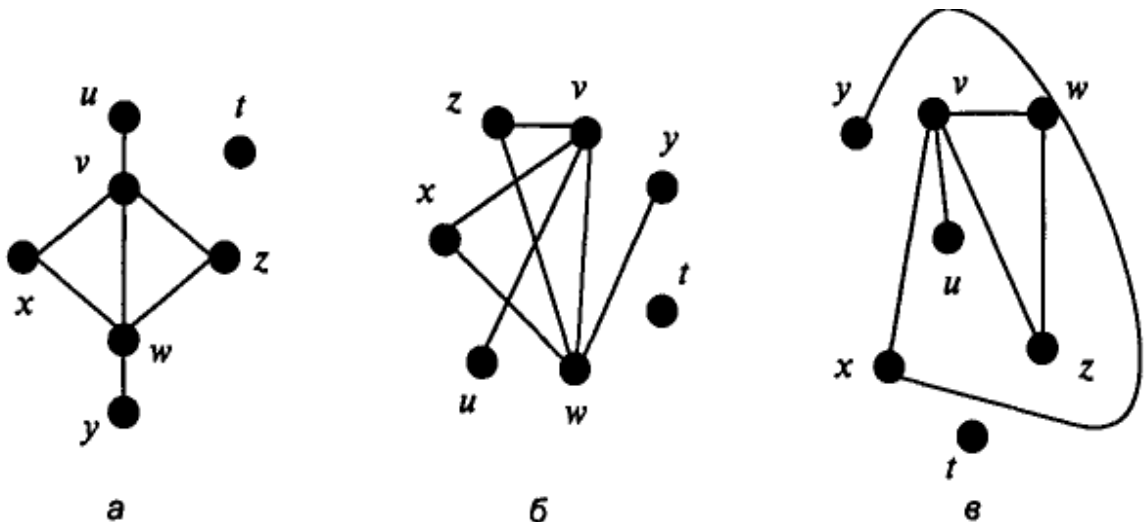
Haqiqatan ham, $a \rightarrow e, b \rightarrow f, c \rightarrow g, d \rightarrow h$ izomorf akslantirishda birinchi graf d-uchidan rasm markaziga siljishini ko‘rishimiz mumkin.

Graf uchlari darajasi

V graflar uchlari darajasini bildiruvchi d_v yoki $\deg(v)$ uning qirralar soniga teng bo‘ladi, ya’ni

$$d_v = \deg(v) = |N(v)|$$

Shuningdek, agar G_1 ning uchlari w, v, x, z, u, y, t tartibda joylashgan bo‘lsa, u holda ularga mos. 4,4,2,2,1,1,0 ya’ni $d_w=4, d_v=4, d_x=2$ va hokazo darajalar mavjud.

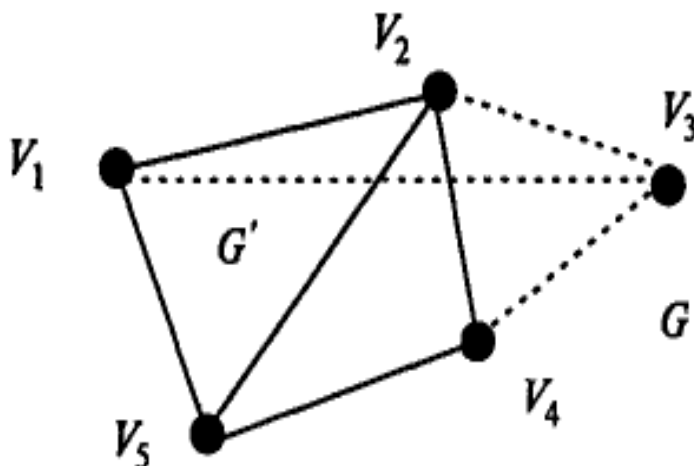


10.5-rasm. Tarmoq izomorfizmi

Graf uchi darajasini aniqlashda halqa ikki marotaba hisobga olinadi. Agar $\deg(v)=1$ ga teng bo‘lsa, u holda V **uch qulflangan** deyiladi. Agar $\deg(v) = 0$ ga teng bo‘lsa, u holda v -**izolyatsiyalangan uch** deyiladi.

Qism graf tushunchasi. Agar $V' \subseteq V$, va $E' \subseteq E$ bo‘lsa, u holda $G' = (V', E')$ tarmoq $G = (V, E)$ tarmoqning qism tarmog‘i bo‘ladi. Agar $v \in V$ bo‘lsa, u

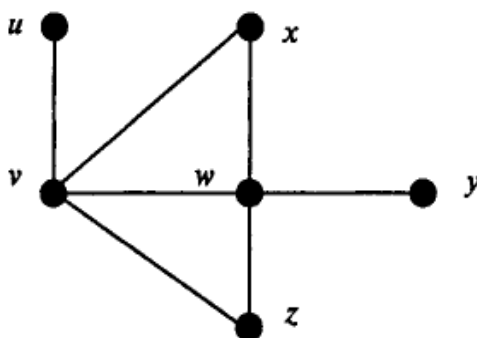
holda uchlari $V - \{v\}$, qirralari E dagi barcha qirralardan iborat G_{-v} qismtarmoqni bildiradi.



10.6-rasm.

$G = (V, E)$ grafning u_1 uchidan u_n yo‘nalish- bu har bir $i, 1 \leq i \leq n - 1$ uchun $(u_i, u_{i+2}) \in E(G)$ bo‘lgan $W = u_1, u_2, \dots, u_n$ uchlar ketma-ketligidir. Agar $u_1 = u_n$ bo‘lsa, u holda W yo‘nalish yopiq, boshqa hollarda esa ochiq bo‘ladi. agar bitta ham uch W bir martadan ko‘p payda bo‘lmasa.

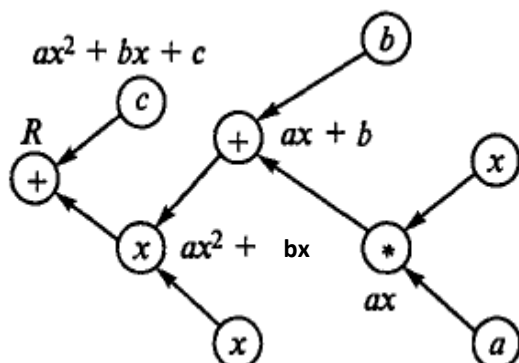
10.7-rasmda $uvxwywzv$ yo‘nalish bo‘lib; $uvxwz$ – yozuv yo‘l, $vwxzv$ – **sikl**. Har bir qirra juftliklari turli xil bo‘lgan yo‘nalishlar zanjir deb ataladi. Yopiq yo‘nalish sikl deb ataluvchi zanjir hisoblanadi.



10.7-rasm. Graflarda yo‘nalish va sikl.

Har bir uchlar juftliklari turli xil bo‘lgan yo‘nalish oddiy zanjir deb ataladi. birinchi va oxirigidan tashqari, Barcha uchlar juftliklari turli xil bo‘lgan sikl, oddiy sikl deyiladi.

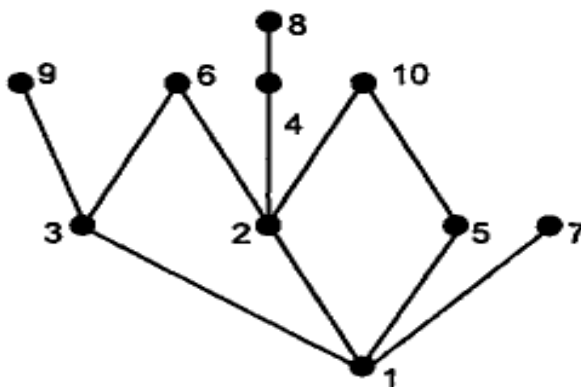
Graflar hisoblash algoritmlarini tasvirlashda qulay vosita hisoblanadi. Misol tariqasida, Gorner sxemasida $ax^2 + bx + c$ kvadrat ko'phadni hisoblashni ko'rib chiqamiz (10.8-rasm)



10.8-rasm. Gorner sxemasida kvadrat ko'phadni hisoblash.

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ to'plamdan bo'lish munosabatini ifodalovchi grafni quramiz.

Ishlash prinsipi shundan iboratki, bor son dan ikkinchi songa yuqoriga olib boruvchi zanjir bo'lsa, u holda ikkinchi son birinchi songa bo'linadi. (10.9-rasm)



10.9-rasm. To'plamda bo'lish munosabatini tasvirlovchi graf.

$G = (V, E)$ grafning qo'shni ro'yhat (adjacency-list representation) ko'rinishida tasvirlanishda V dagi har bir uchdan $|V|$ ro'yhatning **Adj** massiv ishlatiladi.

Har bir $u \in V$ uch uchun **Adj**[u] qo'shni ro'yhat $(u, v) \in E$ bo'lgan barcha v uchlardan tashkil topadi. Qo'shni ro'yhat graf qirrasini tasvirlaganligi sababli, **Adj** massiv grafning atributi sifatida qaraladi.

Agar G oriyentirlangan graf bo'lsa, u holda barcha qo'shni ro'yhatlarning yig'indisining uzunligi (u, v) qirraga $Adj[u]$ ro'yhatdagi v element mos kelganligi uchun $|E|$ ga teng bo'ladi. Agar G oriyentirlanmagan graf bo'lsa, u holda barcha qo'shni ro'yhatlarning yig'indisining uzunligi (u, v) qirra u hamda v qo'shni ro'yhatlarda paydo bo'lganligi uchun $2|E|$ ga teng bo'ladi. Oriyentirlangan va oriyentirlanmagan graflarning ro'yhatlar ko'rinishiga tasvirlanishi uchun $\theta(V + E)$ hajmdagi xotira talab etiladi.

$G = (V, E)$ grafni qo'shni matrisalar (**adjacency-matrix representation**) yordamida tasvirlashda graf uchlari ba'zi bir $1, 2, \dots, |V|$ sonli tartibda nomerlangan deb taxmin qilinadi.

Bu vaziyatda qo'shni matrisalar yordamida G graf tasvirlash $|V| \times |V|$ o'lchamli $A = (a_{ij})$ ko'rinishidagi matrisani o'zida aks ettiradi.

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{agar } (i, j) \in E, \\ 0 & \text{aks holda} \end{cases}$$

10.8 va 10.9-rasmlarda oriyentirlangan va oriyentirlanmagan graflar qo'shni matrisalari ko'rsatilgan. Graflar qo'shni matrisalari grafning qirrasiga bog'liq bo'lmagan holda $\theta(V^2)$ xotirani talab qiladi.

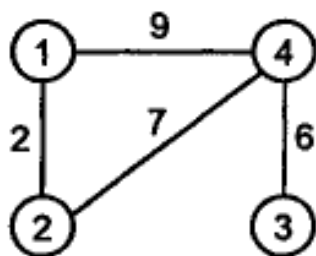
Qo'shni matrisalarning asosiy diagonalga nisbatan simmetrikligiga e'tibor berib graf oriyentirlanmaganligidan (u, v) va (v, u) bir xil yoqqa ega ekanliklarini bildiradi oriyentirlanmagan grafning qo'shni matrisalari $A = A^T$ transponirlangan qo'shni matrisalarga mos keladi. Ilovalar qatorida ushbu xossa asosiy diagonal va undan yuqorida joylashgan faqat matrisa elementlarini saqlash imkonini beradi, bu esa ikki marta zarur xotira sig'imini kamayirish imkonini beradi.

Uchlari nishonlar bilan belgilangan M uchga ega ixtiyoriy $G = (V, E)$ graf $M \times M$ o'lchamli matrisa ko'rinishida tasvirlanadi.

Agar G grafning uchlari $v_1, v_2, \dots, v_m$ nishonlar bilan belgilangan bo'lsa, u holda A qo'shni matrisa quyidagicha aniqlanadi:

$$A = \begin{cases} K, & \text{agar } V_i, V_j \text{ qo'shni bo'lsa} \\ 0, & \text{agar } V_i, V_j \text{ qo'shni bo'lmasa} \end{cases}$$

Bu yerda K – uchlarni bog‘lab turuvchi qirraning o‘lchami. rasmda graf va qo‘shni matrisalar tasvirlangan.



a

$$A = \begin{array}{c|cccc} & V_1 & V_2 & V_3 & V_4 \\ \hline V_1 & - & 2 & - & 9 \\ V_2 & 2 & - & - & 7 \\ V_3 & - & - & - & 6 \\ V_4 & 9 & 7 & 6 & - \end{array}$$

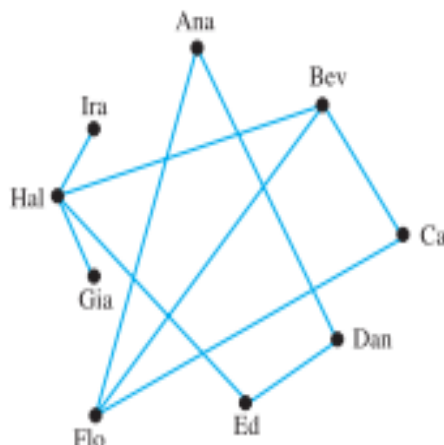
b

10.10-rasm. (a) Graf, (b) qo‘shni martisa.

Murakkab bo‘lmagan graflarni grafik sxemalar orqali ifodalash maqsadga muvofiqdir, u yerda uchlari nuqtalardan, qirralari esa ularni birlashtiruvchi chiziqlardan iboratdir.

Graflarga misollar:

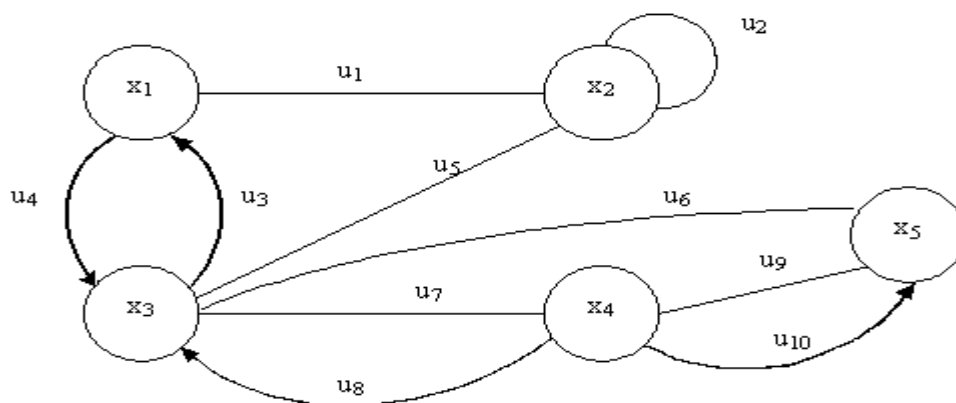
Name	Past Partners
Ana	Dan, Flo
Bev	Cai, Flo, Hal
Cai	Bev, Flo
Dan	Ana, Ed
Ed	Dan, Hal
Flo	Cai, Bev, Ana
Gia	Hal
Hal	Gia, Ed, Bev, Ira
Ira	Hal



Shunday qilib graf erkin konstruksiyalardir. Bunda ikki uchlari orasidagi bog‘lanishning bo‘lishi muhimdir, bir xilda ushbu bog‘lanishni xarakteri muhimdir.

Agar x_1 va x_2 lar qandaydir qirraga (x_i, x_j) ga tegishli bo‘lsa, u holda ushbu qirra x_i va x_j “insindent” deyiladi, x_i va x_j lar esa qo‘shni nuqtalar deyiladi. Agar qirra bir nuqtaga “insindent” bo‘lsa, u sirtmoq deyiladi.

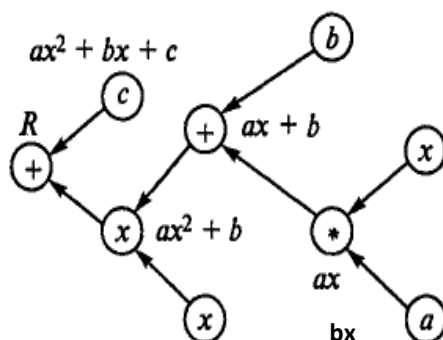
Hech qanday qirraga “insident” bo‘lmagan uch ajratilgan uch deyiladi. Agar grafda shunday uchlar bo‘lsaki ular ikki va undan ko‘p uchlar bilan birlashtirilgan bo‘lsa bunday graf multigraf deyiladi. Ushbu uchga tegishli bo‘lgan qirralar soni uchning darajasini belgilaydi. 10.11-rasmda ko‘rsatilgan x_2 uch 6 darajaga ega, chunki unga $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7$, qirralar “insident”dir, x_1 uchning darajasi 3, x_4 ning darajasi esa 1.



10.11-rasm.

Ko‘pincha masalalarda uchlar orasidagi munosabat muhim rol o‘ynamaydi. Bunga misol tariqasida tartib munosabat bo‘lishi mumkin. Masalan, x_i x_j dan katta bu holda x_j x_i dan katta bo‘lishi mumkin emas. Demak, uchlar orasidagi munosabat ma’lum’mo‘ljalga egadir. Bunday graflarni mo‘ljalga ega graflar yoki orientirli graflar deymiz.

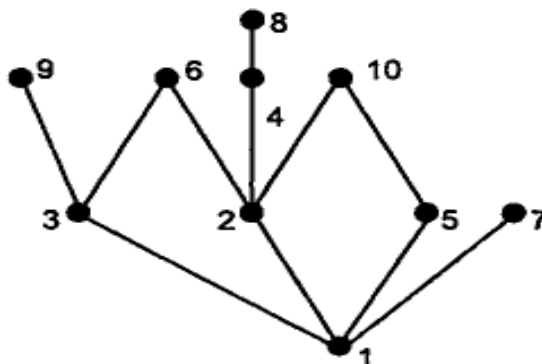
Misol tariqasida, Gorner sxemasida $ax^2 + bx + c$ kvadrat ko‘phadni hisoblashni ko‘rib chiqamiz (10.12-rasm).



10.12-rasm. Gorner sxemasida kvadrat ko‘phadni hisoblash

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ to‘plamda bo‘lish munosabatini ifodalovchi grafni quramiz.

Ishlash prinsipi shundan iboratki, bor son dan ikkinchi songa yuqoriga olib boruvchi zanjir bo'lsa, u holda ikkinchi son birinchi songa bo'linadi (10.13-rasm).



10.13-rasm. To'plamda bo'lish munosabatini tasvirlovchi graf.

Savol va topshiriqlar

1. Graf haqida ma'lumot bering?
2. Oriyentirlangan graflarni izohlang?
3. Oriyentirlanmagan graflar nima?
4. Qo'shni graflarga misol keltiring?
5. Uchlari 4 dan ko'p bo'lmagan barcha izomorf bo'lmagan oriyentirlanmagan graflarni sanang.
6. 6 kishidan iborat ixtiyoriy guruhda 3 ta tanishlar juftliklar yoki 3 ta notanish juftliklar mavjudligini isbotlang.
7. Qo'shni ro'yhatdan iborat oriyentirlangan graf tasavvuri mavjud. Qancha vaqtda grafning barcha uchlari chiqish darajalari hisoblanadi? Kiruvchi graflarchi?