

LABORATORIYA ISHI №4

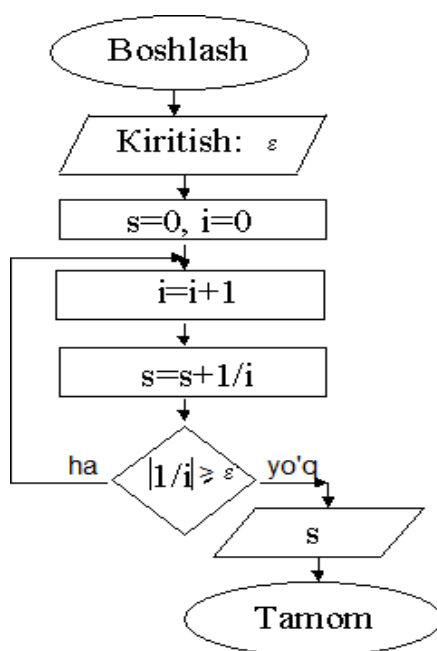
MAVZU: TAKRORLANISHLAR SONI OLDINDAN NOMA'LUM ALGORITMLAR, KETMA-KET YAQINLASHUVCHI ALGORITMLARGA MISOLLAR

Ishning maqsadi: Talabalarda takrorlanishlar soni oldindan noma'lum algoritmlar, ketma-ket yaqinlashuvchi algoritmlarni tahlil qilish ko'nikma va malakalarini shakllantirish.

Nazariy qism:

Amaliyotda shunday masalalar uchraydiki, ularda takrorlanishlar soni oldindan berilmagan - noma'lum bo'ladi. Ammo bu jarayonni tugatish uchun biror bir qo'shimcha shart berilgan bo'ladi.

1-misol. Quyidagi $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i}$ qatorda nechta had bilan chegaralanish berilmagan. Lekin qator hadlari yig'indasini cheksiz kichik son $\varepsilon > 0$ aniqlikda hisoblash zarur bo'ladi. Buning uchun $\left| \frac{1}{i} \right| < \varepsilon$ shartni olish mumkin. Shunday qilib, takrorlash jarayonining yakunlanishi shart bajarilguncha takrorlanadi (4.1-rasm).



4.1-rasm. Takrorlanishlar soni oldindan noma'lum bo'lgan algoritmlarga doir blok-sxema.

Yuqori tartibli algebraik va transsendent tenglamalarni yechish usullari yoki algoritmlari ketma-ket yaqinlashuvchi – iteratsiali algoritmlarga misollar bo'ladi. Ma'lumki, transsendent tenglamalarni yechishning quyidagi asosiy usullari mavjud:

- urinmalar usuli (Nyuton usuli),
- ketma-ket yaqinlashish usuli,
- vatarlar usuli,
- teng ikkiga bo'lish usuli.

2-misol. Bizga $f(x)=0$ (4.1) transendent tenglama berilgan bo'lsin. Faraz qilaylik, bu tenglama $[a,b]$ oraliqda uzluksiz va $f(a)*f(b)<0$ shartni qanoatlantirsin. Ma'lumki, bunday holda berilgan tenglama $[a,b]$ orilaqda kamida bitta ildizga ega bo'ladi va u quyidagi formula orqali topiladi.

$$X_{n+1} = X_n - \frac{f(X_n)}{f'(X_n)} \quad n=0,1,2,\dots \quad (4.2)$$

Boshlang'ich X_0 qiymat $f(x_0)f''(x_0)<0$ shart asosida tanlab olinsa, (4.2) iteratsiya albatta yaqinlashadi. Ketma-ketlik

$$|X_{n+1} - X_n| < \varepsilon$$

shart bajarilgunga qadar davom ettiriladi.

3-misol. Berilgan musbat a haqiqiy sondan kvadrat ildizini hisoblash algoritmituzing.

Bu masalani yechish uchun kvadrat ildizni x deb belgilab olib,

$$\sqrt{a} = x \quad (4.3)$$

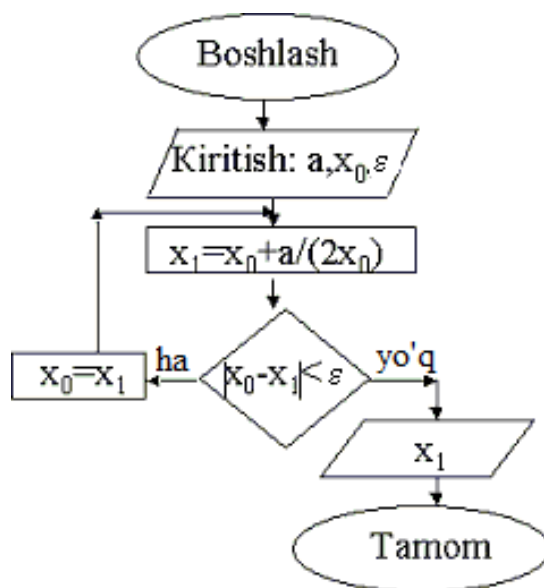
ifodani yozib olamiz. U holda (1) tenglamaga asosan:

$$f(x) = x^2 - a \quad (4.4)$$

ekanligini topish mumkin. (4) ifodani (2) ga qo'yib, quyidagi rekurrent formulani topish mumkin:

$$X_{n+1} = \frac{1}{2} \left(X_n + \frac{a}{2X_n} \right) \quad (4.5)$$

Bu formulaga mos blok-sxema 4.2-rasmda keltirilgan. Musbat kichik son $\varepsilon > 0$ - kvadrat ildizni topishning berilgan aniqligi. Eslatib o'tamiz, algoritmda indeksli o'zgaruvchilarga zarurat yo'q.



4.2-rasm. Berilgan musbat haqiqiy sondan kvadrat ildiz chiqarish blok-sxemasi

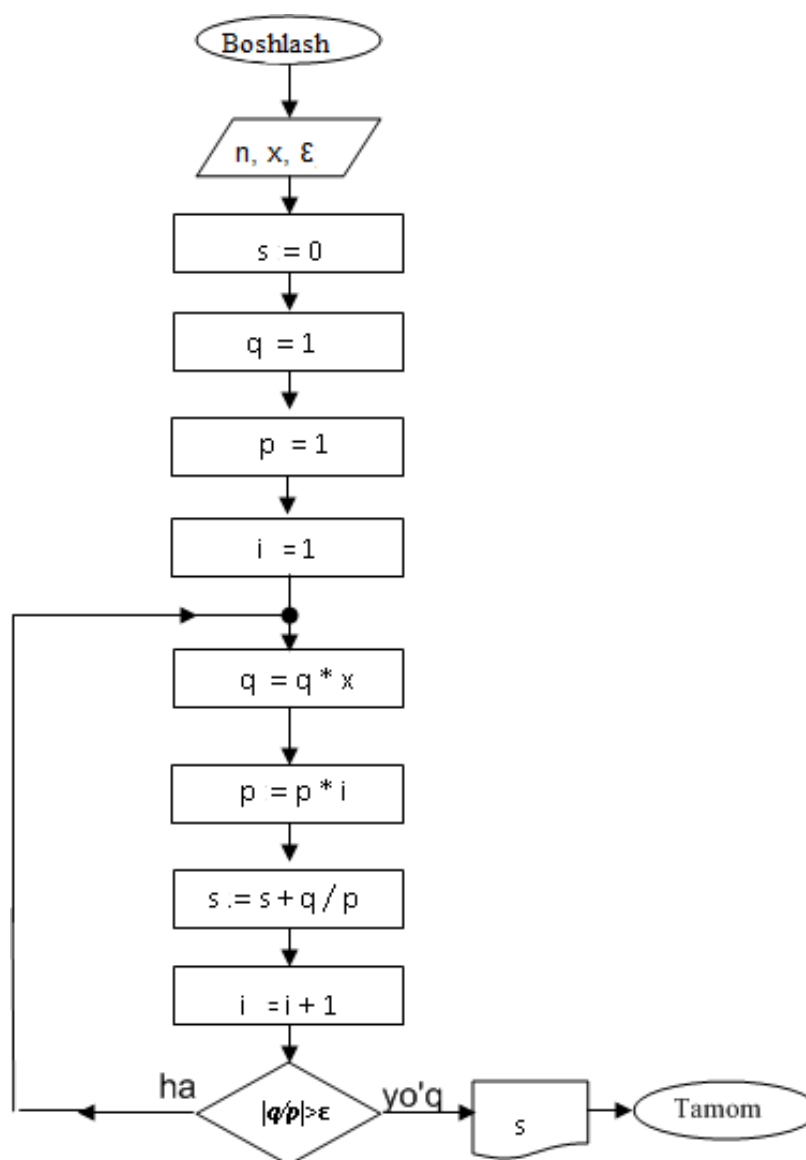
LABORATORIYA ISHINI BAJARISH UCHUN NAMUNA:

1-misol. Musbat kichik son $\varepsilon > 0$ aniqligida quyidagi munosabatni hisoblang: $s = x^1 / 1! + x^2 / 2! + \dots + x^i / i! + \dots$

Misolda cheksiz qatorning i -hadining absolyut qiymati $\varepsilon > 0$ qiymatidan

kichik bo'lmaguncha yig'indi davom ettirilishi kerak, ya'ni shart $|x^i / i!| > \varepsilon$ munosabat ko'rinishida beriladi.

Misolni yechish algoritmi 4.3-rasmda keltirilgan. E'tibor bersak, jarayonni to'xtatish sharti darajaga oshirish va faktorial hisoblash joriy qiymatlarining nisbat qiymatiga bog'liq.



4.3-rasm. Hisoblash blok-sxemasi

2-misol. Funksiya uzluksiz va $[a, b]$ oraliq chegaralarida har xil ishorali qiymatlarga ega deb faraz qilinadi. Oraliqni ikkiga bo'lish usuli asosida $f(x)=0$ funksiyaning ildizini topish dasturini tuzing.

Masalani yechishdan avval oraliq chegarasidagi funksiya qiymatlarini

moslash kerak, ya'ni $x=a$ nuqtada funksiya manfiy, $x=b$ nuqtada musbat qiymatga ega bo'lish ta'minlanadi. Ularni joyma-joy almashtirish uchun "uch likopcha" usulidan foydalaniladi. So'ngra oraliqni ikkiga bo'lish usuli asosida $f(x)=0$ funksiyaning ildizini aniqlash jarayoni amalga oshiriladi. Uning uchun, avvalo, $s=(a+b)/2$ o'rta qiymat aniqlanadi va $u=f(s)$ funksiya qiymatining ishorasi aniqlanadi. Agar $f(s)<0$ bo'lsa, u holda $a=s$, aks holda ($f(s)>0$ bo'lsa) $b=s$ deb qabul qilinadi. Bu jarayon $|f(a)-f(b)|\leq\varepsilon$ shart bajarilguncha davom etadi va funksiyaning ildizi $x=(a+b)/2$ deb hisoblanadi (bunda $\varepsilon>0$ - yetarlikcha kichikmusbat son).

Algoritmnining so'zlar orqali ifodalanishi usulidan foydalanamiz.

- 1) ma'lumotlarni kiritish $(a, b, \varepsilon, f(x))$;
- 2) agar $(f(a)>0 \text{ va } f(b)<0)$ bo'lsa $\{c=a; a=b; b=c\}$
- 3) $ya=f(a)$;
- 4) $yb=f(b)$;
- 5) agar $(ya-yb)<\varepsilon$, u holda $\{x=(a+b)/2; \Rightarrow (10)\}$
- 6) $ys=f((a+b)/2)$;
- 7) agar $(y3>0)$ bo'lsa, u holda $b=(a+b)/2$, aks holda $a=(a+b)/2$;
- 8) $ya=f(a)$;
- 9) $yb=f(b)$;
- 10) muhrlash (x) .

3-misol. Berilgan $[a, b]$ oraliqda aniqlangan uzluksiz $u=f(x)$ funksiya bilan OX o'qi orasida hosil bo'lgan S yuzani trapetsiya formulasi asosida taqribiy hisoblash algoritmi keltiriladi:

- 1) $S=0$;
- 2) $h=(b-a)/n$; 3) $i=0$;

$$4) S = S + \left(f(a + i * h) + f(a + (i + 1) * h) * h / 2 \right);$$

$$5) i = i + 1;$$

$$6) \text{ agar } i < n, \text{ u holda } \Rightarrow (4);$$

$$7) \text{ muhrlash } (S).$$

LABORATORIYA ISHINI BAJARISH UCHUN TOPSHIRIQLAR:

1. Soni noma'lum bo'lgan takrorlash algoritmlar nimadan iborat?
2. Ketma-ket yaqinlashuvchi yoki iteratsion algoritmlar nimadan iborat?
3. Algoritm ijrosini tekshirish nimadan iborat?
4. Transsendent tenglamalarni yechishning urinmalar usuli (Nyuton usuli)

bilan hisoblash algoritmini tuzing.

5. Transsendent tenglamalarni yechishning ketma-ket yaqinlashish usuli bilan hisoblash algoritmini tuzing.

6. Transsendent tenglamalarni yechishning vatarlar usuli bilan hisoblash algoritmini tuzing.

7. Transsendent tenglamalarni yechishning teng ikkiga bo'lish usuli bilan hisoblash algoritmini tuzing.

$$8. \quad s = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots$$

$$9. \quad s = 1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \dots$$

$$10. \quad s = \frac{1}{1*2} + \frac{1}{2*3} + \frac{1}{3*4} + \dots$$

$$11. \quad s = \frac{1}{1*3} + \frac{1}{3*5} + \frac{1}{5*7} + \dots$$

$$12. \quad s = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \dots$$

$$13. \quad s = 1 - x + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$14. \quad s = \frac{1}{2*3} + \frac{2}{3*4} + \frac{3}{4*5} + \dots$$

$$15. \quad s = \frac{1}{2*3} + \frac{2}{3*4} + \frac{3}{4*5} + \dots$$