

LABORATORIYA ISHI №8

MAVZU: ALMASHISH VA PIRAMIDA USULIDA SARALASH

Ishning maqsadi: Talabalarda almashish va piramida usulida saralash algoritmlarni tahlil qilish ko'nikma va malakalarini shakllantirish.

Nazariy qism:

Almashish usulida saralash- bu ro'yhat elementlari ketma-ket o'zaro taqqoslanadi va avvalgi element keyingi elementdan katta bo'lgan holda joyini almashtiradi.

Standart almashtirish saralash usulidan biri sheker saralash hisoblanadi. Bu yerda elementlar o'zaro saralanib boriladi. Bu bilan birinchi o'tish chapdan o'ngga, ikkinchisi esa o'ngdan chapga bo'ladi va hokazo. Bir so'z bilan aytganda, ro'yhat elementlarning yo'nalishi o'zgaradi.

Standart almashish usulining murakkabligi- $O(n^2)$.

Binar piramidalarni ikki turga ajratishadi: kamaymaydigan va o'smaydigan. Piramidalarning asosiy xususiyatlaridan biri hisoblanadigan piramidalar xossalari (heap property) qoniqtiradigan ikkala ko'rinishdagi qiymatlar tugunlarda joylashadi. **O'smovchi piramidalar xossalari (max-heap property)** dan biri har bir i indeksli ildiz tugun uchun quyidagi tengsizlik bajariladi:

$$A[\text{PARENT}(i)] \geq A[i].$$

Shu tarzda, O'smovchi piramidaning eng katta elementi daraxt ildizida qiymatlari esa qism daraxt tugunlarida joylashgan bo'ladi. Kamayvovchi piramida prinsipi esa mutlaqo teskaridir. **Kamaymovchi piramida xossasi (min-heap property)** da har bir i indeksli ildiz tugun uchun quyidagi tengsizlik bajariladi:

$$A[\text{PARENT}(i)] \leq A[i].$$

Shuning uchun ham piramidaning eng kichik elementi ildizda joylashgan bo'ladi.

Piramida xossasini saqlanishi

O'smovchi piramida xossalarini saqlab turish uchun **MAX-HEAPIFY** prosedurasini chaqiramiz. Uning kiritilganlari A massiv va shu massivdagi i indeks hisoblanadi. **MAX-HEAPIFY** prosedurasini chaqirishda **LEFT(i)** va **RIGHT(i)** ildizlardan iborat binar daraxt o'smovchi piramidani ifodalashi taxmin qilinadi,

ammo $A[i]$ farzand tugunlardan kichik bo'lishi ham mumkin.

MAX-HEAPIFY prosedurasi ko'rsatilgan. har bir qadamda $A[i]$, $A[\text{LEFT}(i)]$ va $A[\text{RIGHT}(i)]$ elementlaridan eng katta element aniqlanadi va uning indeksi **largest** o'zgaruvchida saqlanadi. Agar $A[i]$ eng katta bo'lsa, u holda i ildizdan iborat qismdaraxt o'smovchi piramidani tasvirlaydi va prosedura to'xtatiladi. Agar $A[\text{LEFT}(i)]$, $A[\text{RIGHT}(i)]$ lardan biri eng katta bo'lsa, u holda prosedura $A[i]$ ni $A[\text{largest}]$ bilan almashtirilib, i tugun va uning farzand tugunlari uchun o'smovchi piramida xossasi bajariladi. Biroq $A[i]$ ning dastlabki qiymati tugunning **largest** indeksida ekanligi kelib chiqdi, bu esa **largest** ildizdan iborat qismdaraxt o'zining o'smovchi piramida xossalarini buzishiga olib keladi. Shuning uchun ham ushbu daraxt uchun **MAX-HEAPIFY** prosedurasini rekursiv chaqirish kerak bo'ladi.

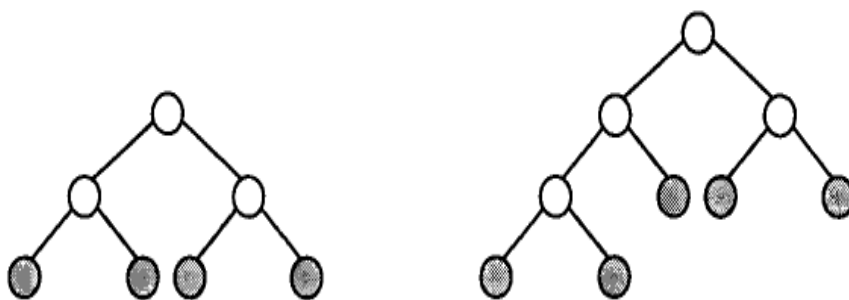
Piramida saralash usuli piramidali daraxtni qurish bilan ifodalanadi.

Piramidali daraxt – bu binar daraxt bo'lib, uchta xossaga egadir:

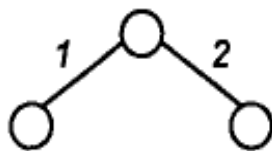
- 1) Har bir triad uchida eng katta element joylashadi.
- 2) Binar daraxt barglari bir sathda yoki ikkilasi qo'shni joylashadi.

(8.1-rasm)

- 3) Pastki sath barglari baland barglar sathidan chaproqda joylashadi.



8.1-rasm. Binar daraxt: a-bir sathdagi barglar; b-qo'shni sathlardagi barglar
Aylantirish jarayonida triad elementlari ikki marotaba taqqoslanadi (8.2-rasm), shu bilan birga eng katta element yuqoriga, eng kichik element esa pastga o'tadi.



8.2-rasm. Triad elementlarini taqqoslash: 1-birinchi taqqoslash; 2-ikkinchi taqqoslash;

$n = A.length$ bo'lgan $A[1..n]$ kirish massivida o'smovchi piramidani qurish uchun piramida usulida saralash algoritmi **BUILD-MAX-HEAP** prosedurasini chaqirishdan boshlanadi. Massivning eng katta elementi $A[1]$ bo'lganligi sababli, uni $A[n]$ elementi o'rnini bilan almashtirib, saralangan massivning aniq va oxirgi pozitsiyaga qo'yish mumkin.

BUILD-MAX-HEAP prosedurasini chaqirish $O(n)$ vaqt talab etishi hamda **MAX-HEAPIFY** prosedurasining har bir $n-1$ chaqiruv vaqti $O(\lg n)$ ga teng ekanligidan, **HEAPSORT** prosedurasining ish vaqti $O(n \lg n)$ ga teng bo'ladi.

LABORATORIYA ISHINI BAJARISH UCHUN NAMUNA:

1-misol. Ro'yhatni standart almashish usulida saralash talab qilinsin:

{40, 11, 83, 57, 32, 21, 75, 64}.

Almashtiriladigan elementlarni $\uparrow _ \uparrow$ strelkali kvadrat qavslar orqali, taqqoslanayotgan elementlarni esa $\lfloor _ \rfloor$ kvadrat qavslar orqali belgilaymiz. Saralashning birinchi bosqichi 8.3-rasmda, ikkinchi bosqichi esa 8.4-rasmda ko'rsatilgan.

Har bir ro'yhatni ko'rishdan so'ng, oxiridan boshlab barcha elementlar o'zlarining oxirgi pozitsiyalarini egallashini ko'rish qiyin emas.

DASTLABKI RO'YXAT	40	11	83	57	32	21	75	64						
BIRINCHI KO'RINISH	↑ 11	↑ 40	↑ 40	↑ 83	↑ 57	↑ 83	↑ 32	↑ 83	↑ 21	↑ 83	↑ 75	↑ 83	↑ 64	↑ 83
HOSIL QILINGAN	11	40	57	32	21	75	64	83						

8.3-rasm. Almashish usulida saralash (birinchi ko'rinish)

DASTLABKI RO'YXAT	11	40	57	32	21	75	64				
IKKINCHI KO'RINISH	↑ 40	↑ 40	↑ 40	↑ 57	↑ 32	↑ 57	↑ 21	↑ 57	↑ 75	↑ 64	↑ 75
HOSIL QILINGAN RO'YXAT	11	40	32	21	57	64	75				

8.4-rasm. Almashish usulida saralash (birinchi ko'rinish)

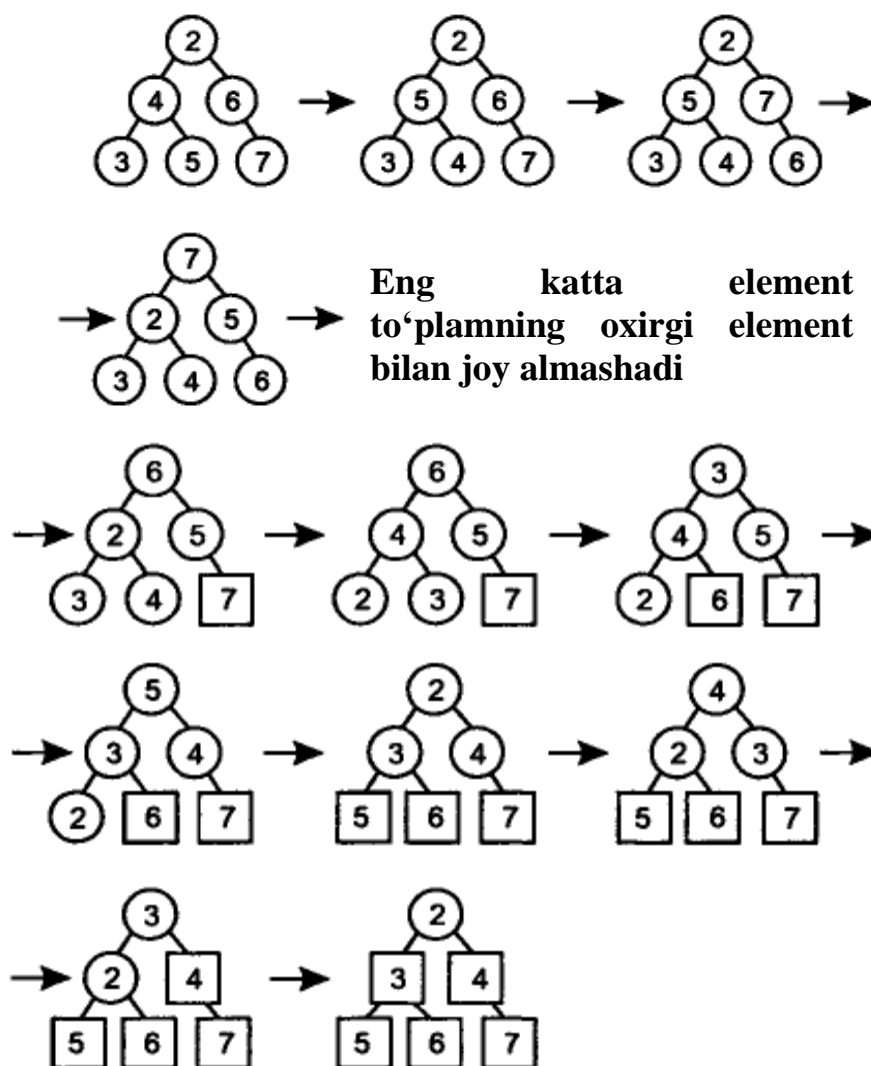
Har bir keyingi ko'rib chiqish eng katta element topgan pozitsiyani yo'qotib borib, ro'yhatni qisqartirib boradi. Birinchi ko'rib chiqishdan so'ng oxirgi pozitsiyada 83 ga teng eng katta element qoldi.

Ikkinchi ko'rib chiqishdan eng katta element 75 ga teng ekanligini kelib chiqadi (8.4 - rasmga qarang).

Saralash jarayoni oxirgi ro'yxatning barcha elementlari shakllanganicha davom etadi, aks holda Ayverson sharti bajarilamydi.

Ayverson sharti: agar saralash jarayonida elementlarni taqqoslashda bir marotaba bo'lsa ham o'zgartirish bo'lmasa, u holda to'plam tartiblangan hisoblanadi (Ayverson sharti qadam $d=1$ bo'lganda bajariladi).

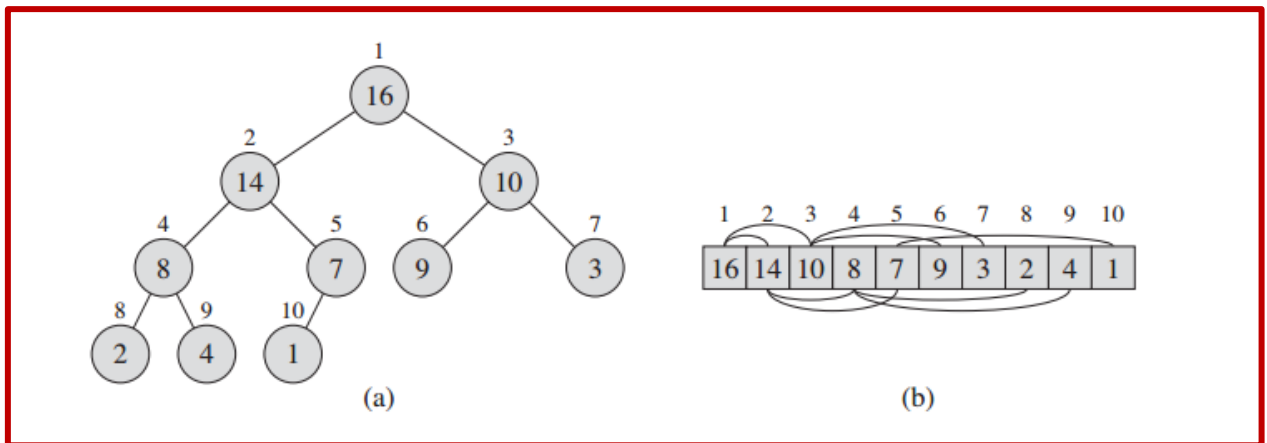
2-misol. Dastlabki $\{2, 4, 6, 3, 5, 7\}$ to'plam berilgan. Piramida usulida saralash 8.5-rasmda ko'rsatilgan.



8.5-rasm. Piramida usulida saralash.

Natijada tartiblangan $\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ to'plam hosil bo'ladi.

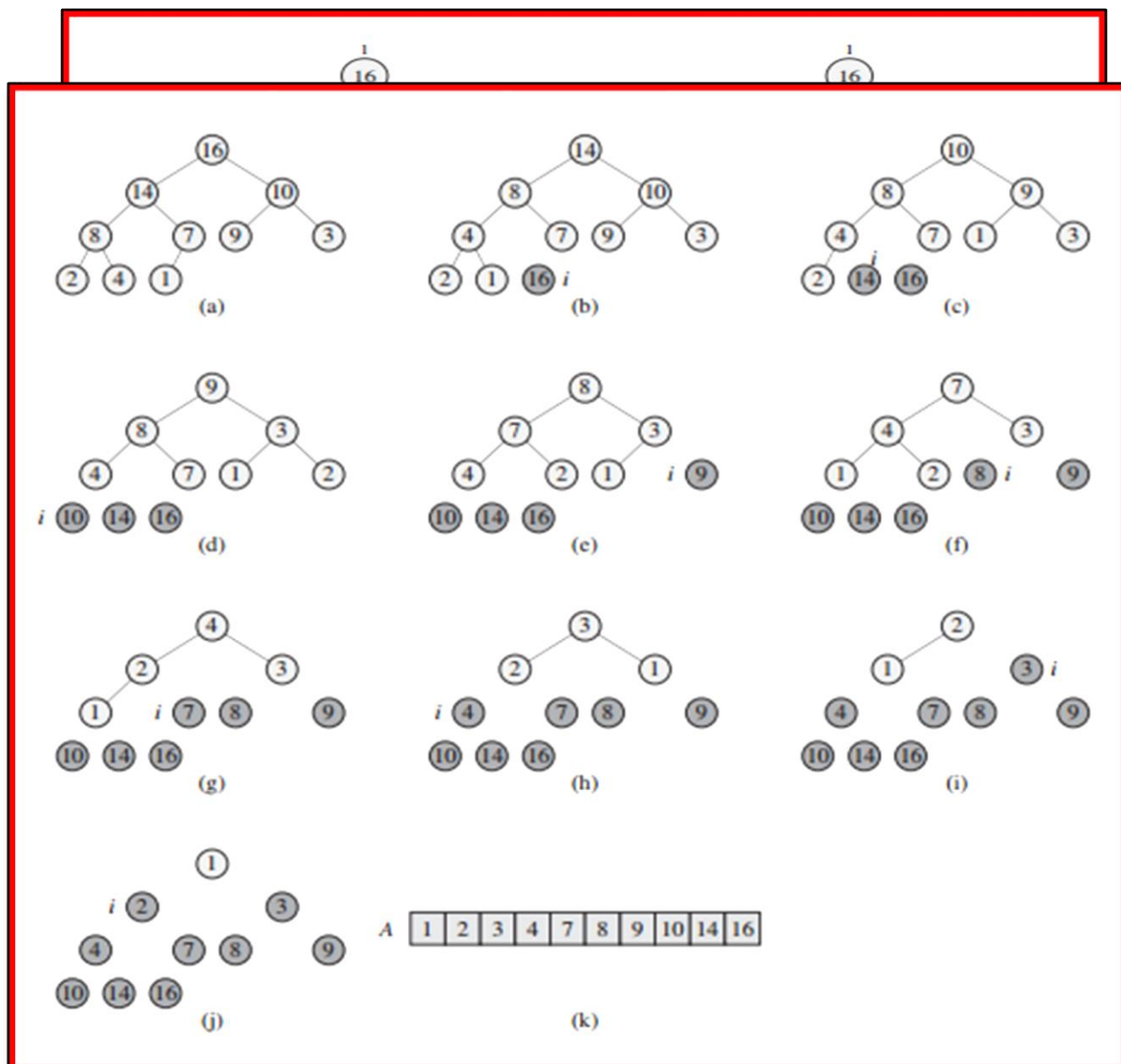
3-misol. (Binar) piramidaning tuzilishi butun binar daraxt sifatida qaralishi mumkin bo'lgan obyekt-massivni ifodalaydi (8.6-rasmda keltirilgan).



8.6-rasm. Piramidaning tuzilishi butun binar daraxt sifatida qaralishi.

Ushbu daraxtning har bir tuguni massiv elementlariga mos keladi. Daraxt chapdan o'ngga qarab to'lib boradigan mavjud bo'lishi mumkin bo'lgan eng pastkidan tashqari barcha sathlar bo'yicha to'ldirilgan. piramidani tasvirlovchi A massiv ikkita atributlarga ega obyekt hisoblanadi: odatda massiv elementlar sonini beradigan $A.length$ va piramidaning nechta elementlari A massivda joylashganini ko'rsatuvchi $A.heap-size$. Shuningdek, $A[1..A.length]$ ega faqat $0 \leq A.heap - size \leq A.length$ oraliqagi $A[1..A.heap - size]$ qism massiv elementlari piramidaning to'g'ri elementlari hisoblanadigan ba'zi bir sonlarga ega bo'lishi mumkin. $A[1]$ daraxtning ildizi bo'ladi, berilgan i indeks tuguni uchun uning ota-ona indekslarini chap va o'ng tugunlar orqali oson hisoblash mumkin.

4-misol.



5-misol.

LABORATORIYA ISHINI BAJARISH UCHUN TOPSHIRIQLAR:

1. {23, 17, 14, 6, 13, 10, 1, 5, 7, 12} qiymatlar ketma-ketligi o'smovchi piramida bo'ladimi?
2. Bir o'lchovli massiv elementlarini "Pufakcha" usulida saralang.
3. $M = \{5, 4, 8, 2, 9\}$ massivni o'sish tartibida almashtirish saralash usulida saralang.
4. $M = \{12, 4, 7, 11, 9, 13, 5, 2\}$ massivni o'sish tartibida pufakcha saralash usulida saralang.

5. $M = \{12, 6, 65, 7, 0, 4, 9, 16, 36, 7, 64, 13, 25, 1, 44, 5\}$ massivni kamaymaslik tartibida almashtirish saralash usulida saralang.

6. $M = \{11, 12, 17, 3, 9, 10, 34, 20\}$ massivni o'sish tartibida sheker saralash usulida saralang.

7. x_1, x_2, \dots, x_{15} ketma-ketlik berilgan. Ketma-ketlikning juft musbat elementlarini o'sish tartibida joylashtiring.

8. x_1, x_2, \dots, x_{20} ketma-ketlik berilgan. Ketma-ketlikning 10 dan katta bo'lgan elementlarini o'sish tartibida joylashtiring.

9. a_1, a_2, \dots, a_{15} ketma-ketlik berilgan. Uning absolyut qiymatlarini o'sish tartibida tartiblash talab etiladi.

10. x_1, x_2, \dots, x_{20} ketma-ketlik berilgan. Ketma-ketlikning manfiy elementlarini kamayish tartibida joylashtiring.

11. $\{23, 17, 14, 6, 13, 10, 1, 5, 7, 12\}$ qiymatlar ketma-ketligi o'smovchi piramida bo'ladimi?

12. $A = \{5, 13, 2, 25, 7, 17, 20, 8, 4\}$ kirish massivida **HEAPSORT** prosedurasini qo'llang.

13. **HEAPSORT** prosedurasini quyidagi sikl invariant yordamida to'g'riligini isbotlang.

14. Dastlab $A[1..i]$ massivning eng kichik i elementidan tashkil topgan $A[1..i]$ qismmassiv 2-5 qatoridagi har bir **for** silik iteratsiyasi o'smovchi piramidani tasvirlaydi, $A[i + 1..n]$ qismmassivda esa $A[1..n]$ massivning eng katta $n - i$ saralangan elementlari bo'ladi.

15. Elementlari saralangan va o'sish tartibida joylashgan n uzunlikdagi A massiv uchun **HEAPSORT** prosedurasini ish vaqti nimaga teng?

